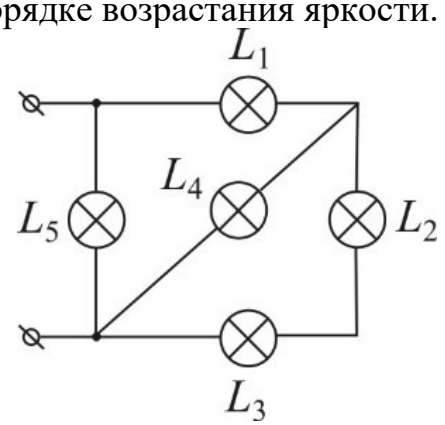
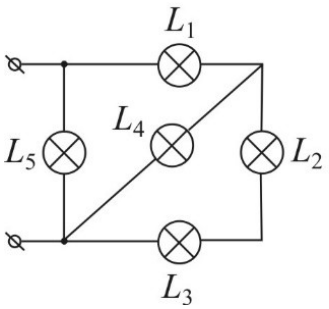
10 класс

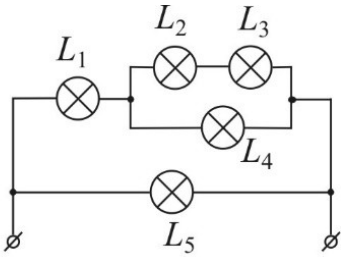
1. Схема, приведенная на рисунке, содержит пять одинаковых лампочек. Схема подключена к источнику постоянного напряжения. Расположите лампочки в порядке возрастания яркости. Ответы обоснуйте.



Решение.

Рассмотрим первый вопрос. Исходная схема (рис.1) эквивалентна схеме, изображенной на рис.2. (4 балла)





1) Ток через лампочку L_5 максимален, так как она подключена непосредственно к источнику питания. Лампочка L_5 горит ярче всех. (4 балла)

2) Ток через L_1 разветвляется: $I_1 = I_2 + I_4$ (нумерация токов соответствует нумерации лампочек). Поэтому лампочка L_1 горит ярче, чем лампочки L_2, L_3 и L_4.(4 балла)

3) В свою очередь $I_4 > I_2$, так как в нижней ветви сопротивление меньше, а напряжения должны быть одинаковы, поэтому L_4 горит ярче, чем L_2 и L_3.(4 балла)

4) Вывод: ярче всех горит L_5, затем L_1, затем L_4, и наименее ярко горят L_2 и L_3 (L_2 и L_3 горят одинаково). (4 балла)

2. В цилиндрическом сосуде при температуре 0°С находится вода и кусок льда, примерзший ко дну, причем уровень воды располагается на высоте $h_0 = 20$ см от дна сосуда, а лед не выступает над поверхностью воды. Когда содержимому сосуда сообщили количество теплоты $Q = 60$ кДж,

$\eta = 10$ % льда расплавилось, а оставшаяся часть льда всплыла на поверхность. На какой высоте h от дна сосуда оказался уровень воды в сосуде после этого? Площадь поперечного сечения сосуда $S = 200$ см^2, плотность воды $\rho_w = 1$ г/см^3, плотность льда $\rho_i = 0,9$ г/см^3, удельная теплота плавления льда $\lambda = 332$ Дж/г.

Решение.

Пусть m_0 - начальная масса льда. Тогда примерзший ко льду лед вытеснит объем $V_0 = \frac{m_0}{\rho_i}$. Всплывший лед массой $m = m_0\left(1 - \frac{\eta}{100\%}\right)$ вытеснит объем $V = \frac{m}{\rho_w}$, а образовавшаяся при таянии льда массой $\frac{\eta m_0}{100\%}$ вода займет объем $V' = \frac{\eta m_0}{\rho_w \cdot 100\%}$. Обозначив через V_w начальный объем воды в сосуде, имеем

$$Sh_0 = V_w + V_0, \quad Sh = V_w + V + V'.$$

Из записанных равенств находим

$$h = h_0 - \frac{m_0}{S}\frac{\rho_w - \rho_i}{\rho_w \rho_i}.$$

Для определения начальной массы льда m_0 воспользуемся уравнением теплового баланса:

$$Q = \frac{\eta}{100\%} m_0 \lambda,$$

откуда

$$m_0 = \frac{Q}{\lambda}\frac{100\%}{\eta}.$$

Ответ:

$$h = h_0 - \frac{100\%}{\eta} \cdot \frac{Q(\rho_w - \rho_i)}{S\lambda\rho_w\rho_i} \approx 19$$ см.

1. Определен начальный объем льда V_0 – 2 балла.
2. Определен объем воды, вытесненный всплывшим льдом – 2 балла.
3. Определен объем растаявшего льда – 2 балла.
4. Определен конечный уровень воды – 4 балла.
5. Определена масса растаявшей воды – 4 балла.
6. Получено конечное выражение и ответ – 6 балла.

3. На листе бумаги с уменьшением в 10 раз нарисовали траекторию камня, брошенного под углом 45° к поверхности земли со скоростью 20 м/с.

По нарисованной кривой ползет с неизменной по величине скоростью 0,02 м/с маленький жучок. Чему равно ускорение жучка в точке, соответствующей вершине траектории камня?

Решение.

В верхней точке траектории ускорение камня направлено перпендикулярно его скорости и равно (как и в остальных точках траектории) ускорению свободного падения g. Тогда $g=\frac{(V¿¿0\cos 45^0)^2}{R}¿$. Отсюда R = $\frac{(V¿¿0\cos 45^0)^2}{g}¿$.

При уменьшении в 10 раз радиус кривизны траектории в любой ее точке становится в 10 раз меньше, ускорение жучка всюду перпендикулярно его скорости (его скорость не меняется по модулю), тогда в интересующей нас точке траектории ускорение жучка

$$a=\frac{u^2}{r}=\frac{10u^2}{R}=\frac{10u^2 g}{\left(V_0\cos 45^0\right)^2}=2\cdot 10^{-4}\text{м/с}^2$$

Критерии.

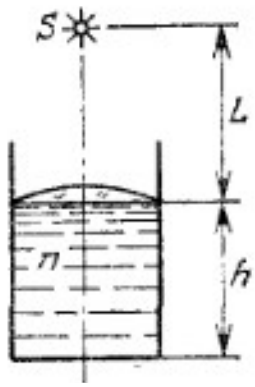
1. Указано направление ускорения камня в верхней точке траектории – 5 баллов

2. Получена формула для нахождения радиуса кривизны траектории – 5 баллов.

3. Записана формула для центростремительного ускорения жучка с учетом изменения радиуса кривизны траектории – 5 баллов.

4. Выполнены вычисления и дан правильный ответ – 5 баллов.

4. На поверхности жидкости, налитой в стакан (см. рисунок), плавает плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием F. Найти высоту h жидкости в стакане, если изображение точечного источника света S, расположенного на расстоянии L от линзы на ее оси, находится на дне стакана. Показатель преломления жидкости равен n. Расстояние L много больше диаметра.



Решение.

В воздухе по формуле линзы имеем $\frac{1}{L}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$, откуда $f=\frac{FL}{L-F}$

За счет преломления луча на границе при выходе из линзы в воду $sin\alpha/sin\beta=n$, где α-угол в воздухе, а β – угол в воде; отсюда для малых углов $\alpha \approx \beta n$. Если изображение в воздухе находится на расстоянии f от границы воздух-линза, а от границы вода-линза расстояние h, то

$f\alpha \approx h\beta$, т.е. $h = fn = FLn/(L-F)$

Критерии

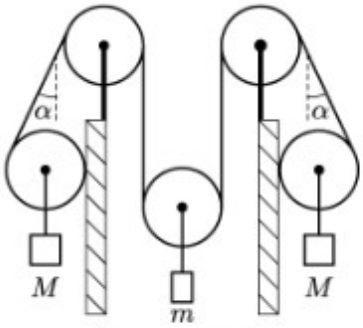
1. записана формула тонкой линзы – 5 баллов.

2. Записан закон преломления – 5 баллов.

3. Из закона преломления для малых углов найдена связь углов α и β – 5 баллов.

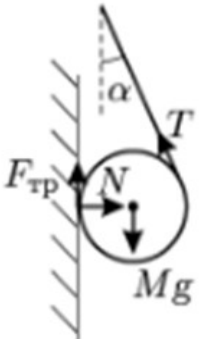
4. Найдено выражения для определения высоты жидкости в стакане – 5 баллов.

5. В системе, изображенной на рисунке, блоки и нити невесомы. Массы грузов, подвешенных к крайним блокам, одинаковы и равны M, а наклонные участки нити составляют с вертикалью угол α. При каких значениях массы m груза, подвешенного к центральному блоку, и коэффициента трения μ между крайними блоками и опорами система будет находиться в равновесии? Будет ли это равновесие устойчивым?



Решение.

Сила натяжения нити, соединяющей блоки, одинакова по всей её длине и равна $T=mg/2$. Рассмотрим условия равновесия какого-либо из боковых блоков.



Вычисляя моменты сил, действующих на этот блок, относительно его центра, получаем, что $T=F_{тр}$, а из условий равновесия блока в горизонтальном и в вертикальном направлениях имеем: $N=T\sin\alpha$,

$$F_{тр}+T\cos\alpha = T(1+\cos\alpha)=\frac{mg}{2}(1+\cos\alpha)=Mg$$

Отсюда $$m=\frac{2M}{1+\cos\alpha}$$

$$N=F_{тр}\sin\alpha \le \mu N\sin\alpha, \quad \text{то есть } \mu \ge 1/\sin\alpha$$

Покажем, что это равновесие устойчивое. Предположим, что нижний груз поднялся выше положения равновесия, тогда боковые блоки опустятся вниз, и угол α уменьшится. Поэтому уменьшится и равновесное значение массы m, из чего следует, что при случайном поднятии груза m он будет возвращаться в прежнее положение. Опускание груза m рассматривается аналогично. Следовательно, равновесие действительно будет устойчивым.

Критерии

1. Указано, что сила натяжения нити, соединяющей блоки, одинакова по всей её длине и равна $T=mg/2$ – 2 балла.

2. Сделан рисунок с указание всех сил – 2 балла.

3. Установлено, что $T=F_{тр}$ – 4 балла.

4. Используя условия равновесия получено выражение для m – 4 балла.

5. Получено значение для μ – 4 балла.

6. Обосновано существование устойчивого равновесия системы – 4 балла.