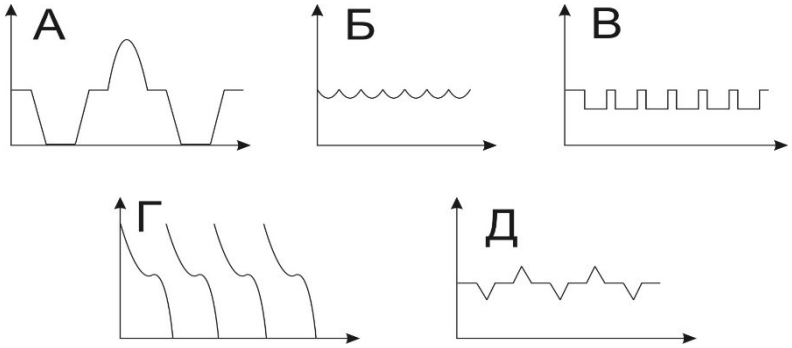
11 класс

1. Будущий космонавт Вася Пупкин проходил медобследование. К нему прикрепили множество датчиков, и Вася начал равномерно приседать на весах: присел, замер в таком положении, встал, замер… Затем рассеянный практикант распечатал все результаты обследования, но забыл подписать, на каких графиках что измерялось. Какие из представленных картинок могут быть графиками зависимости показаний весов, на которых приседал Вася, от времени? Ответ поясните.



Решение.

Вася Пупкин неподвижен через равные промежутки времени, в эти моменты показания весов совпадают с его нормальным весом и не меняются. Значит на графике должны быть повторяющиеся горизонтальные отрезки.

Когда Вася начинает отпускаться, показания весов сначала уменьшаются. Они даже могут обратиться в ноль, если Вася приседает очень резко. Это легко понять, представив себе, что Вася поджал очень сильно ноги, так что они оторвались от опоры, и он начал падать на весы.

Затем Вася прекращает опускание, при этом показания весов увеличиваются, и становятся больше настоящего веса Васи. Действительно, ведь вес Васи уменьшился за счет того, что он приобрел движение вниз. Чтобы “погасить” это движение и снова иметь нулевую скорость, Васе придется толкаться ногами сильнее, чем когда он просто неподвижно сидит, присев. Когда скорость движения Васи вниз будет погашена, весы покажут вес Васи.

После идет обратный процесс: Вася отталкивается ногами от весов, двигаясь вверх, так что весы показывают больше нормального веса Васи. Затем показания весов уменьшаются, причем они становятся меньше настоящего веса, поскольку из-за сильного толчка ногами Вася приобрел скорость, направленную вверх: в конце подъема, чтобы погасить ее, Вася будет давить на весы слабее, чем в состоянии покоя. Когда скорость движения Васи вверх будет погашена, весы снова покажут вес Васи.

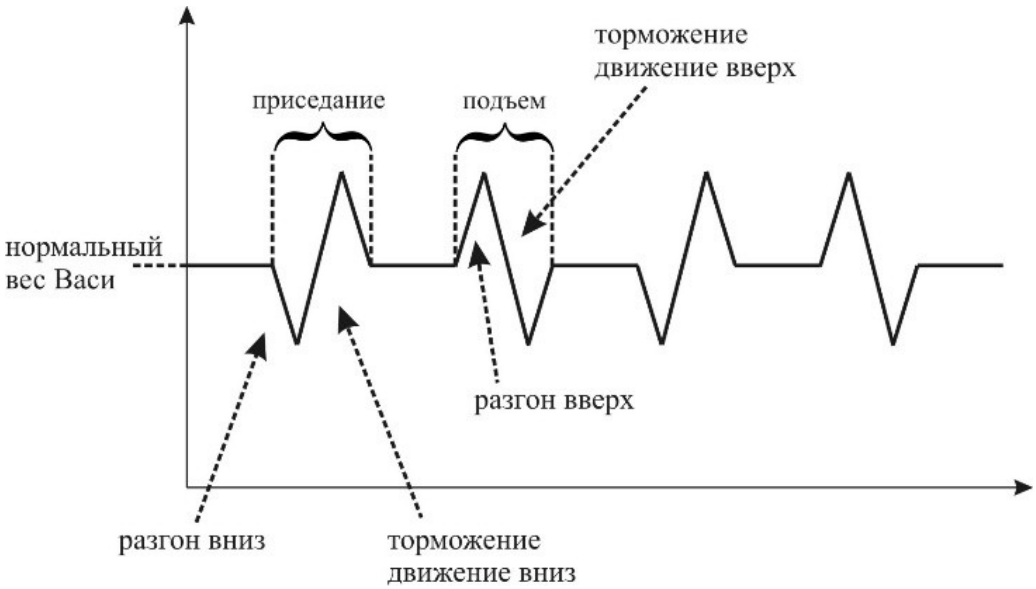


Рис. 1.

Описанным свойством обладает, например, периодический график, изображенный на рис. 1. Его характерным свойством является наличие парных зубцов: два зубца вверх - два зубца вниз – два зубца вверх - два зубца вниз…

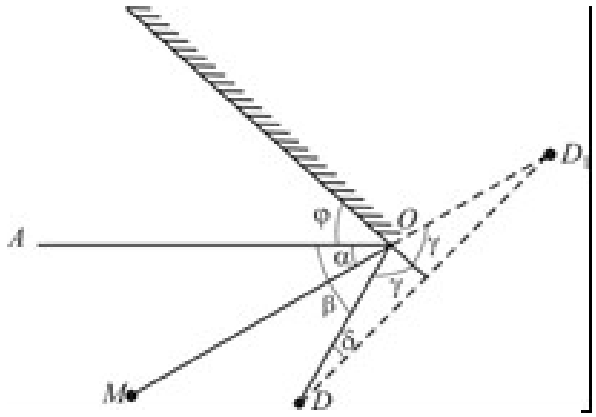
Если Вася в начальный момент стоял. График начинается с приседания, как на рис. 1, т.е. с одного зубца вниз. Если же измерения начались, когда Вася сидел, график начинается с подъема, т.е. с одного зубца вверх.

Ни один из графиков, таким образом, не имеет соответствующего вида.

Критерии.

1. Проведен анализ изменения веса тела при приседании и вставании – 8 баллов.
2. Построен примерный график изменения веса при приседании и вставании – 8 баллов.
3. Указано, что ни один график не соответствует условиям задачи – 4 балла.

2. Зеркальная дверь *AO* может вращаться вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку *O*. Мальчик *M* и девочка *D* стоят перед дверью, как показано на рисунке, причем $\angle AOM = \alpha = 30^\circ$, $\angle AOD = \beta = 60^\circ$. На какой угол φ в направлении, указанном стрелкой, нужно повернуть дверь, чтобы мальчик перестал видеть в ней изображение девочки?



Решение.

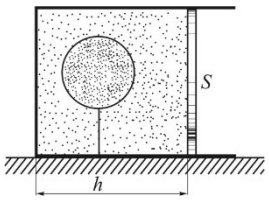
Построение изображения D_1 девочки D в повернутом зеркале представлено на рисунке. Видно, что предельный угол поворота зеркала, при котором мальчик еще видит изображение девочки, соответствует случаю, когда точки M, O и D_1 лежат на одной прямой. Используя обозначения для углов, приведенных на рисунке, имеем следующие равенства: $\varphi+\beta+\gamma=\pi$, $\beta-\alpha=2\delta$, $2\gamma+2\delta=\pi$. Из этих равенств находим $\varphi=\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha+\beta}{2}$. Ответ: $\varphi>90^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}=45^\circ$.

Критерии

1. Построено изображение девочки в зеркале в предельном случае – 10 баллов.
2. Получено значение угла – 10 баллов.

(2-4 балла могут быть засчитаны за правильное построение изображения девочки).

3. Горизонтально расположенный цилиндрический сосуд с теплопроводящими стенками, заполненный аргоном плотностью $\rho=1,7$ кг/м^3, закрыт подвижным поршнем и находится в комнате. Площадь поршня равна $S=400$ м^2. В сосуде ко дну на нити прикреплен шар объемом $V=1000$ см^3, сделанный из тонкого нерастяжимого и теплопроводящего материала и заполненный гелием; масса шара с гелием равна $m=1,2$ г. После того, как протопили печь, и воздух в комнате прогрелся, поршень переместился вправо на расстояние $\Delta h=3$ см. Найдите изменение ΔN силы натяжения нити, удерживающей шар. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с^2.



Решение.

При перемещении поршня объем аргона изменился со значения $V_a = Sh - V$ до значения $V_a + S\Delta h$, увеличившись в $\frac{V_a + S\Delta h}{V_a}$ раз. В такое же количество раз уменьшилась плотность аргона – в конце процесса она равна $\rho\frac{V_a}{V_a + S\Delta h}$. Следовательно, выталкивающая сила, действующая на шар, уменьшилась на величину

$$\Delta F = \left(\rho - \rho\frac{V_a}{V_a + S\Delta h}\right)gV = \rho\frac{S\Delta h}{V_a + S\Delta h}gV = \rho\frac{S\Delta h}{S(h + \Delta h) - V}gV.$$

На такую же величину уменьшилась и сила натяжения нити, удерживающей шар. Поэтому изменение этой силы равно

$$\Delta N = -\rho\frac{S\Delta h}{S(h + \Delta h) - V}gV \approx -10^{-3}\ \text{Н},$$

если только оно не превышает по величине начальной силы натяжения нити, то есть если шар в конце нагревания не ляжет на дно цилиндра.

Проверим это: вначале сила натяжения нити N была равна разности силы Архимеда и веса шара с гелием:

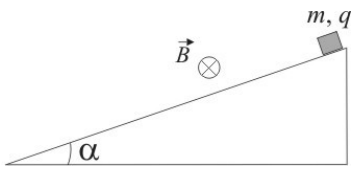
$$N = (\rho V - m)g = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{Н} > |\Delta N|.$$

Значит, нить в конце останется натянутой, и ответ справедлив.

Критерии

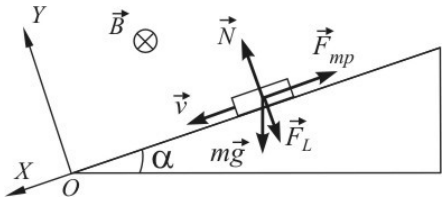
1. Найдено абсолютное измерение объема – 2 балла.
2. Найдено относительное изменение объема – 2 балла.
3. Найдено относительное изменение плотности аргона – 4 балла.
4. Найдено изменение выталкивающей силы – 4 балла.
5. Указано, что изменение выталкивающей силы равно изменению силы натяжения и получен ответ – 4 балла.
6. Проведено проверка возможности шара остаться на весу – 4 балла.

4. Небольшой брусок массой m, несущий положительный заряд q, удерживают на наклонной плоскости, образующей угол α с горизонталью. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, направленной перпендикулярно плоскости рисунка от нас. Брусок отпускают без



начальной скорости. Чему равна максимальная скорость бруска $v_{\max}$, если коэффициент трения между бруском и наклонной плоскостью μ? Ускорение свободного падения g.

Решение.



Брусок движется под действием сил, изображенных на рисунке, где $m\vec{g}$ - сила тяжести, $\vec{N}$ - нормальная составляющая силы реакции поверхности, $\vec{F}_{mp}$ - сила трения, $\vec{F}_L$ - сила Лоренца. При этом

$$F_{mp} = \mu N, \quad F_L = qvB,$$

где v - скорость бруска. Записывая уравнение движения в проекциях на направление наклонной плоскости и на перпендикулярное ей направление, имеем:

$$ma = mg\sin\alpha - \mu N, \quad N = mg\cos\alpha + qvB.$$

С увеличение скорости бруска сила трения возрастает, что приводит к уменьшению ускорения. При достижении максимальной скорости ускорение бруска обращается в нуль. Полагая $a = 0$, получаем ответ:

$$v_{\max} = \frac{mg}{\mu qB}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Критерии.

1. Выполнен рисунок и изображены силы, действующие на брусок – 6 баллов.
2. Записаны уравнения проекций сил – 4 балла.
3. Отмечено, что максимальная скорость достигается при $a = 0$ – 4 балла.
4. Получен ответ – 6 баллов.

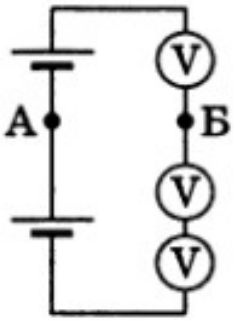
5. В схеме на рисунке батарейки одинаковые, их напряжения – по 3 В. Вольтметры взяты тоже одинаковые, сопротивление каждого вольтметра 1 кОм. Какой резистор нужно включить между точками А и Б, чтобы ток через резистор составлял ровно 1 мА? Какими при этом будут показания вольтметров?

Решение.

Если показания одного из «нижних» вольтметров V, то второго покажет столько же, верхний покажет (6 – 2V). Обозначим сопротивление вольтметра R, тогда ток 1 мА равен разности токов правой ветви: $I_0 = \frac{6-2V}{R} - \frac{V}{R}$. Отсюда V=$\frac{5}{3}$ *в*.

Показания вольтметров: V, V, и 6 – 2V $=\frac{8}{3}B$. Сопротивление r: r · I_0=2V – 3$=\frac{1}{3}B$.

Сопротивление резистора r = $\frac{1}{3}кОм$.



Критерии

1. Определены показания «нижних» и верхнего вольтметра – 5 баллов.

2. Записано выражение для I_0 – 5 баллов.

3. Получено значение для «нижних» и верхнего вольтметров – 5 баллов

4. Получено значение для r – 5 баллов.