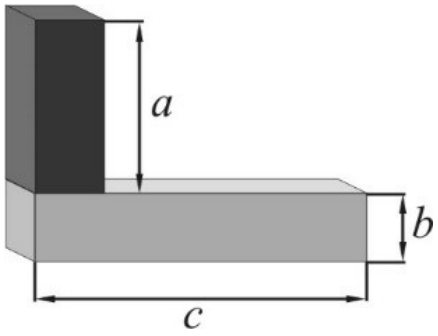
9 класс

1. Деревянная и металлическая однородные балки соединены, как показано на рисунке. Размеры, указанные на рисунке, составляют $a = 10$ см, $b = 5$ см, $c = 35$ см. Темным цветом изображена металлическая балка. Известно, что вся конструкция может плавать, полностью погрузившись в воду. Какой угол составляет при этом длинная балка с вертикалью?



Решение.

На каждую балку действует сила Архимеда и сила тяжести. Так как балки однородные и полностью погружены в воду, каждая из сил Архимеда приложена к центру масс соответствующей балки.

Все силы направлены по вертикали. Металлическая балка сама по себе тонет, то есть результирующая силы Архимеда и силы тяжести, приложенная к точке *B*, направлена вниз; результирующая же у деревянной балки направлена из точки *A* вверх.

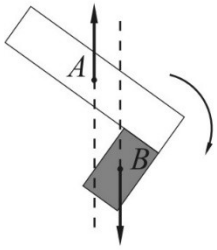


Рисунок 1.

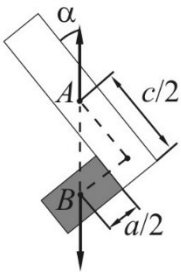


Рисунок 2.

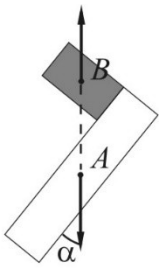


Рисунок 3.

Как видно из рисунка 1, если точки *A* и *B* не лежат на одной прямой, балка начинает вращаться. Наоборот, в равновесии, когда вращательный момент не возникает, центры масс *A* и *B* должны располагаться на одной вертикали.

Значит, есть два положения равновесия: устойчивое, когда центр масс деревянной балки находится выше центра масс металлической (рисунок 2), и неустойчивое (рисунок 3).

Именно устойчивое положение равновесия и реализуется в действительности. Из треугольника *ABC*

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{c/2 - b/2}{a/2 + b/2} = \frac{c-b}{a+b} = \frac{35-5}{10+5} = 2.$$

В неустойчивом положении равновесия угол с вертикалью окажется тот же.

Критерии

1. Нарисован рисунок с указанием действующих на каждую балку сил (или результирующей силы) с указанием, что тока приложения сил – центр масс – 4 балла.

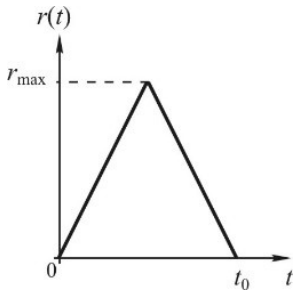
2. Утверждение, что силы должны быть направлены вдоль одной прямой – 4 балла.
3. Указано, что возможны два положения равновесия – 6 балла.
4. Получено выражение для расчета угла – 4 балла.
5. Указано, что в положении неустойчивого равновесия угол останется тот же – 2 балла.

2. Кипятильник представляет собой резистор длиной l, сопротивление длины которого постоянно и равно λ. Кипятильник медленно, со скоростью v, погружают вертикально на глубину h в стакан воды, причем $h < l$, а затем с той же скоростью вынимают. Кипятильник включен в сеть с постоянным напряжением U, теплоемкость стакана вместе с водой C. Пренебрегая тепловыми потерями и вязкостью жидкости, найти изменение температур воды в результате такого нагревания.

Решение.

За малое время Δt кипятильник передает воде теплоту $\Delta Q = I^2 r(t)\,\Delta t$, где $r(t)$ - сопротивление погруженной части кипятильника, которое меняется в процессе погружения, а $I = \dfrac{U}{\lambda l}$ - постоянный во времени через кипятильник.

Найдем зависимость $r(t)$ и построим ее график. Кипятильник проводит в воде время $t_0 = \dfrac{2h}{v}$. Сначала, в течение промежутка времени $\dfrac{t_0}{2}$, сопротивление погруженной части равномерно увеличивается до $r_{\max} = \lambda h$, а затем, в течение времени $\dfrac{t_0}{2}$, сопротивление равномерно уменьшается до нуля.



Можно понять, что искомая величина $r(t)\,\Delta t$ соответствует площади под графиком $r(t)$. Тогда, полная переданная теплота

$$Q = \frac{SU^2}{\lambda^2 l^2},$$

где S - площадь треугольника под графиком $r(t)$. Основание треугольника t_0, высота $r_{\max}$, поэтому

$$S = \frac{\lambda h^2}{v}.$$

Изменение температуры при этом составит

$$\Delta T = \frac{U^2 h^2}{C\lambda v l^2}.$$

Критерии

1. Определено, что количество теплоты, передаваемое воде, зависит от времени и записано $\Delta Q = I^2 r(t)\Delta t$ – 2 балла.

2. Найдено, что сопротивление равномерно увеличивается до $r_{max} = \lambda h$, а затем уменьшается до нуля – 2 балла.

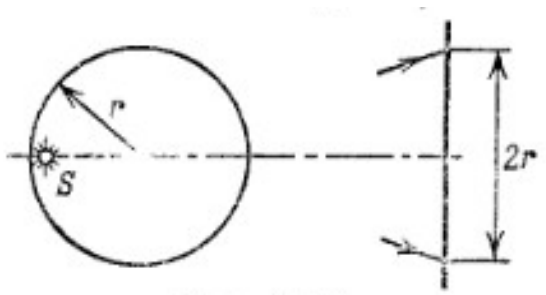
2. Построен график $r(t)$ – 4 балла.

3. Определено, что $r(t)\Delta t$ определяется площадью под $r(t)$ и найдена площадь – 6 балла.

4. Использован закон Ома для определения силы тока в кипятильнике – 2 балла.

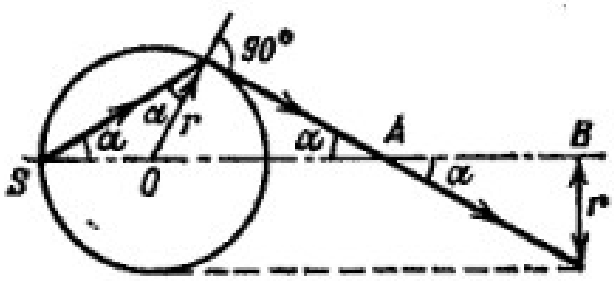
5. Получено выражение для изменения температуры – 4 балла.

3. Внутри стеклянного шара радиуса r=0,1 м слева от его центра вблизи поверхности находится точечный источник света S (см. рисунок). На каком расстоянии справа от центра шара радиус светового пучка, вышедшего из шара будет равен r? Показатель преломления стекла n=2.



Решение.

Максимальное расхождение лучей, выходящих из шара вправо, определяется эффектом полного внутреннего отражения света: n sinα = 1, n=2, sinα = ½, α=30°.



Тогда $x = OA + AB = \frac{r}{\sin 30^\circ} + \frac{r}{tg\,30^\circ}$, $x = r\,(2+\sqrt{3}) = 0{,}37$ *м*

Критерии

1. Наличие правильно сделанного рисунка – 10 баллов.
2. Указано явление полного внутреннего отражения света – 3 балла.
3. Найден угол, при котором происходит полное внутренне отражение – 3 балла.
4. Получен правильный ответ – 4 балла.

4. На длинной нити неподвижно висит кусок пенопласта массы M=2 кг, на него налетает пуля маленького размера массой m = 9г, летящая в горизонтальном направлении со скоростью V_1 = 200 м/с. Пуля пробивает кусок пенопласта насквозь и вылетает горизонтально, имея скорость V_2= 160 м/с. На какую высоту «откачнется» кусок пенопласта после этого? Считайте, что он движется поступательно, не поворачиваясь.

Решение.

Так как в этом случае выделяется тепло, использовать закон сохранения напрямую нельзя. Рассмотрим сначала «пробой пенопласта» - при следующих размерах (масса куска задана, размер куска порядка десятка сантиметров) пуля пробивает его очень быстро – средняя скорость движения внутри куска составит 180 м/с, время пролета – несколько тысячных долей секунды. За какое время кусок на нити отклонится очень незначительно (сравниваем время воздействия с периодом свободных колебаний куска на длинной нити). При расчете дальнейшего движения куска пенопласта будем считать, что он моментально приобрел скорость $V=\frac{m(V_1-V_2)}{M}$=0,18 м/с. Далее потерь механической энергии нет, поэтому высоту подъема H можно определить из закона сохранения механической энергии: $H = \frac{V^2}{2g} \approx 0{,}16\,см.$

Критерии

1. Дано объяснение быстрого взаимодействие пули с пенопласта, что позволило рассмотреть пенопласт как тело, совершающее свободные колебания на длинной нити – 5 баллов.
2. Записана формула скорости пенопласта с учетом закона сохранения импульса – 5 баллов.
3. Записан закон сохранения механической энергии – 5 баллов.
4. Выведена расчетная формула для нахождения высоты подъема пенопласта и получен ответ – 5 баллов.

5. Батарейка имеет напряжение 10 В. В схеме (см рис.2) использованы одинаковые вольтметры, найти их показания.

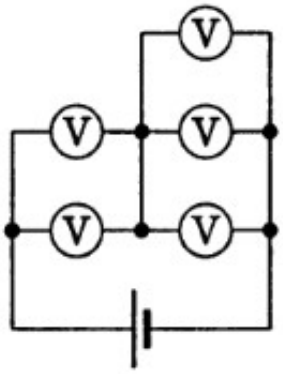


Рис.2.

Решение.

Ток батарейки в этой схеме протекает через параллельно соединенные два вольтметра, разделившись пополам между ними, а затем – через тройку вольтметров, при этом он делится на три равные доли (вольтметры одинаковые). Ясно, что показания любого вольтметра из тройки меньше показаний «парных» вольтметров в 3:2=1,5 раза. В сумме же показания любого вольтметра из пары и любого из тройки составляет 10 В. Итак, вольтметры в паре показывают по 6 В, вольтметры в тройке – по 4 В.

Критерии

1. Определено направление токов в цепи – 8 баллов.
2. Установлено соотношение показаний любого вольтметра из пары и из тройки – 6 баллов.
3. Определены показания каждого вольтметра в паре и в тройке – 6 баллов.